

# TEORIA DELLA CALIBRAZIONE DI UN'IMMAGINE CCD

## **Indice**

Fotoni, elettroni e rumore

L'Efficienza quantica

La corrente di buio

Il livello di Bias

La quantizzazione

I Frame per la calibrazione

- Bias Frame

- Dark Frame

- Elettroni termici e Frame Termico

- Dark Frame standard e scalabile

- Flat-Filed Frame

Metodi di calibrazione

- Calibrazione Base

- Calibrazione Standard

- Calibrazione Avanzata

## FOTONI, ELETTRONI E RUMORE

Cerchiamo di capire cosa succede sul sensore di un CCD quando la luce proveniente, per esempio da una lontana Galassia, lo raggiunge investendolo con i fotoni prodotti a milioni di anni luce di distanza.

Il cuore di un CCD è il sensore, una matrice di microscopici elementi realizzati con semiconduttori e sensibili alla luce. In un prossimo articolo vedremo meglio quale meccanismo regola l'emissione di elettroni da un materiale quando è investito da un fotone. Per ora è sufficiente dire che se un fotone ha un'energia sufficiente, può liberare dall'elemento sensibile del sensore (pixel) un elettrone che viene immediatamente raccolto ed immagazzinato per una lettura successiva.

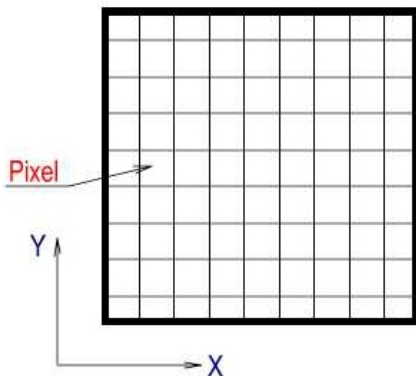


Fig. 1 - Semplificazione di un sensore di un CCD. I pixel li individueremo attraverso le coordinate. Nel testo parleremo sempre di un pixel generico indicato con (x,y)

Nella figura qui a fianco ho rappresentato uno schematico sensore. Tenete presente che le dimensioni dei pixel in un CCD reale sono dell'ordine dei micron, quindi decisamente più piccoli.

Definiamo flusso di fotoni  $I_{x,y}$  il numero di fotoni che arrivano per unità di tempo su un generico pixel della matrice. Questo flusso è proprio la quantità che in qualche modo noi vogliamo misurare. Definiamo tempo di posa, nel mondo dei CCD è più noto come "tempo d'integrazione", il tempo  $t$  durante il quale lasciamo il sensore esposto al flusso di fotoni provenienti dalla nostra galassia. Durante

l'esposizione vengono liberati da ogni pixel un certo numero di elettroni, numero proporzionale al numero di fotoni che incidono sui pixel stessi. Gli elettroni vengono immediatamente catturati attraverso un potenziale applicato al sensore e "stipati" sino alla fine dell'esposizione. Dopodiché verranno letti dall'elettronica e convertiti in immagine sul nostro computer. Per quanto detto si può facilmente intuire come questo tipo di misura non ci dia informazioni istantanee sul flusso, ma un'informazione "integrata" nel tempo. In pratica abbiamo raccolto elettroni.

Se le cose finissero qui non avremmo bisogno di utilizzare la tecnica della calibrazione. In realtà ci sono molti altri elettroni in gioco, elettroni che non dipendono dai fotoni provenienti dalla sorgente astronomica e che quindi rappresentano una sorta di disturbo da eliminare. Da qui la calibrazione dell'immagine grezza (raw).

Il numero totale di fotoni che raggiungono il pixel (x,y) durante il tempo d'integrazione  $t$  è dato da:

$$N_{x,y} = \int_0^t I_{x,y} dt \quad [1]$$

dove  $N_{x,y}$  è il numero totale di fotoni ricevuti. Dividendo il numero totale di fotoni "contati" per il tempo d'integrazione  $t$ , otteniamo il flusso medio:

$$\bar{I} = \frac{N_{x,y}}{t} \quad [2]$$

Parliamo di valore medio poiché il flusso che arriva dalla sorgente astronomica non è chiaramente costante nel tempo. I fotoni arrivano con una periodicità praticamente casuale. In pratica in un certo istante il numero di fotoni che arriva su un certo pixel oscilla intorno al valore medio visto dalla [2].

Vediamo qual è il significato di queste deviazioni dal valore medio. Se chiamiamo  $\bar{N}_{x,y}$  il valore medio dei fotoni arrivati sul pixel, allora la deviazione standard sarà data da:

$$\sigma_N = \sqrt{\bar{N}_{x,y}} \quad [3]$$

Così se abbiamo un numero medio di fotoni  $\bar{N}_{x,y} = 400$ , allora la deviazione sarà  $\sigma_N = 20$ . La teoria statistica ci dice in pratica, che se eseguiamo 100 integrazioni di un secondo, 68 di queste (il 68%) mostreranno un certo pixel con valore compreso tra 380 e 420. Questa indeterminazione la indichiamo così  $400 \pm 20$  e viene definita rumore fotonico. Questo rumore è il primo limite con il quale dobbiamo fare i conti quando eseguiamo una ripresa di un'immagine. In un prossimo articolo nel quale discuterò meglio le tecniche pratiche d'integrazione chiarirò meglio quanto detto, ma facciamo comunque un esempio. Se integriamo un'immagine per un certo tempo, diciamo sino a "contare" 100 fotoni, allora dalla [3] il rumore sarà pari a 10 fotoni. Quindi il rapporto segnale/rumore è pari a 10. Supponiamo di prolungare il tempo di integrazione sino a contare 10.000 fotoni. Allora il rumore fotonico sarà pari a 100 e così anche il rapporto segnale/rumore. Nel secondo caso, insomma, il segnale sarà cento volte superiore al rumore, mentre nel primo caso solamente dieci volte superiore. Un bel guadagno!

## EFFICIENZA QUANTICA

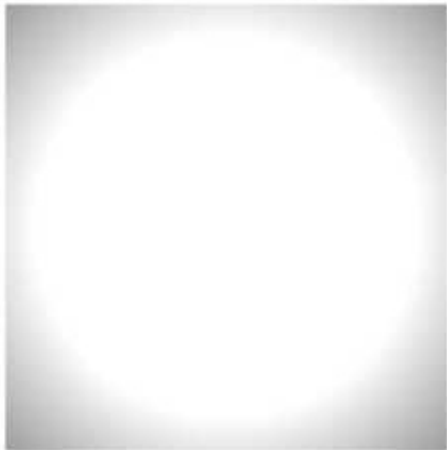
Definiamo efficienza quantica  $Q_{x,y}$  l'efficienza con la quale il pixel  $(x,y)$  converte i fotoni che lo colpiscono, in elettroni liberi. Il numero totale di elettroni liberati  $E_{x,y}$  è dato da:

$$E_{x,y} = tQ_{x,y}I_{x,y} \quad [4]$$

In teoria vorremmo avere un'efficienza quantica  $Q$  indipendente dai pixel, ma nella realtà questo non si verifica mai ed ogni sensore presenta una non uniformità di  $Q_{x,y}$ . Di questa non uniformità dovremo in qualche modo tenerne conto in fase di calibrazione. Dalla formula precedente si può notare come il fattore quantico sia un fattore moltiplicativo, non additivo. Questo avrà delle conseguenze come vedremo in seguito.

Anche l'efficienza quantica è un processo statistico e risente delle leggi sull'incertezza. Facciamo un esempio. Supponiamo di avere un flusso medio di 400 elettroni al secondo su un certo pixel  $(x,y)$ . Da quanto detto in precedenza, per un tempo pari al 68% del tempo totale d'integrazione, il pixel  $(x,y)$  conterà  $400 \pm 20$  fotoni. Se indichiamo con  $\bar{Q}_{x,y}$  l'efficienza quantica media del pixel  $(x,y)$ , allora il numero di elettroni prodotto per secondo sarà.

$$400\bar{Q}_{x,y} \pm \sqrt{400\bar{Q}_{x,y}}$$



Se, per esempio, abbiamo un'efficienza quantica media pari al 50%, dall'esempio precedente si evince un numero totale di elettroni liberi prodotti pari a:

$$E_{x,y} = 200 \pm 14,1$$

C'è un altro problema che influisce sulla non uniformità di  $Q$ : la vignettatura, male ben noto a tutti gli astrofili. La vignettatura è una caduta di luminosità verso il bordo del campo inquadrato. Questo problema è di varia natura: filtri, raccordi o portaoculari di diametro limitato, ottiche scadenti e

Fig. 2 - Esempio, un po' amplificato, del fenomeno della vignettatura. Si nota un forte decadimento della luminosità ai bordi. Se indichiamo con  $V_{x,y}$  la caduta di luminosità sul pixel  $(x,y)$  dovuta alla vignettatura, avremo allora:

$$E_{x,y} = tV_{x,y}Q_{x,y}I_{x,y} \quad [5]$$

Quindi anche la vignettatura è un fattore moltiplicativo del quale bisogna tenere conto in fase di calibrazione. L'immagine che permette di correggere il fattore moltiplicativo  $V_{x,y}Q_{x,y}$  è detta: flat-field frame. Da adesso la chiamerò semplicemente flat.

## LA CORRENTE DI BUIO

L'agitazione termica degli atomi del sensore, libera degli elettroni anche al buio più completo, cioè senza che il CCD sia esposto ad alcuna sorgente luminosa. La corrente prodotta da questi elettroni liberi si dice corrente di buio (dark). Se indichiamo con  $d_{x,y}$  la corrente di buio del pixel (x,y), allora il numero totale di elettroni accumulati a causa di essa nel tempo t, sarà dato da:

$$T_{x,y} = td_{x,y} \quad [6]$$

I termo elettroni si vanno a sommare agli elettroni liberati dai fotoni provenienti dalla sorgente astronomica. Notate la differenza col rumore introdotto dalla vignettatura e dalla non uniformità dell'efficienza quantica? In quel caso il fattore era moltiplicativo, con la corrente di buio è additivo.

Ad una certa temperatura la corrente di buio è costante, ma per ogni aumento di 6°C, la corrente di buio raddoppia. Normalmente la corrente di buio è molto bassa, una minima frazione degli elettroni liberati dai fotoni della sorgente astronomica. Ogni CCD, però, ha un certo numero di pixel che posseggono una corrente di buio anormalmente elevata, gli "hot pixel", cioè i pixel caldi che presentano sempre una elevata luminosità anche se non esposti alla luce.

La calibrazione ci permetterà di sottrarre sia la corrente di buio "normale", sia i pixel "anormali".

## LIVELLO DI BIAS

Quando un CCD è in lettura, gli elettroni accumulati durante l'integrazione vengono spostati verso i nodi di rilevazione del CCD, dove vengono amplificati e quindi viene prodotto un voltaggio proporzionale al numero di elettroni accumulati.

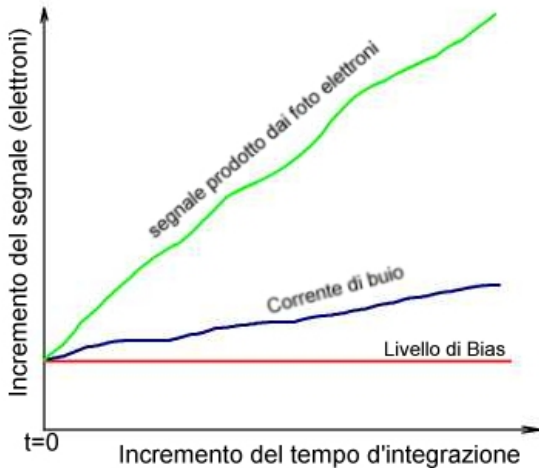


Fig. 3 - In questo grafico ho riportato l'andamento dei segnali sinora studiati. Possiamo vedere chiaramente come con l'aumentare del tempo d'integrazione il segnale prodotto dai fotoni della sorgente astronomica sia quello che "guadagna di più", la corrente di buio ha un andamento più "pacato", mentre il livello di bias non fa che restare costante.

Normalmente l'output prodotto dal CCD è di circa 0,2 V nel caso di segnale registrato nullo (in pratica zero elettroni liberati, cioè zero fotoni che raggiungono il pixel) e di circa 10 V nel caso di segnale saturo. Ovviamente i 10 volt corrispondono ad un valore dipendente dalla risoluzione del convertitore analogico-digitale (AD) del CCD: 4095 per un convertitore AD a 12 bit, 16387 per uno a 14 bit e 65535 per uno a 16 bit.

Da quanto detto notiamo che ad un segnale nullo in ingresso, corrisponde un output diverso da zero. Tale output è detto livello di Bias,  $B_{x,y}$ . In pratica è come se traslassimo verso l'alto di un valore costante l'output del CCD.

In definitiva, quindi, il numero totale di elettroni  $E_{x,y}^*$  liberi, prodotti durante l'integrazione di

durata  $t$  è dato da:

$$E_{x,y}^* = (V_{x,y} Q_{x,y} I_{x,y} + d_{x,y})t + B_{x,y} \quad [7]$$

La formula appena vista mostra l'indipendenza della corrente di Bias dal tempo d'integrazione. La quantità  $D_{x,y}t + B_{x,y}$  è registrabile attraverso il "dark frame"

## QUANTIZZAZIONE

Dei vari effetti che influiscono sull'informazione contenuta nel sensore del CCD, l'ultimo, diciamo il più esterno è quello dovuto all'interfaccia AD. Come abbiamo visto in precedenza, dopo la lettura del sensore, il segnale in output (analogico, un voltaggio) viene convertito in un numero intero che dipende dall'interfaccia AD. A questo scopo si introduce un'unità di misura apposita: l'ADU, Unità da Analogico a Digitale. Il valore di un pixel in un'immagine è espresso in ADU.

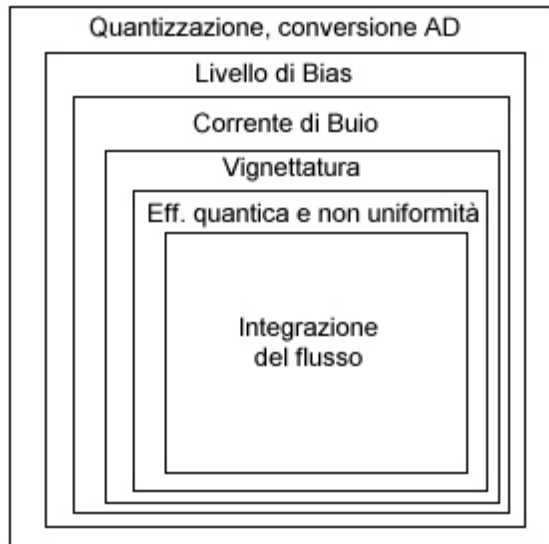


Fig. 4 - In questa figura viene rappresentato in maniera schematica il contributo portato dai vari effetti al rumore ed al degrado dell'immagine prodotta da un CCD. La calibrazione procede eliminando i vari fattori partendo dall'esterno, "sbucciando" i vari gusci uno alla volta.

Quindi un segnale che giunge da un CCD, originariamente elettroni o volt, viene convertito in ADU attraverso un fattore di conversione  $g$  che si esprime in "elettroni per ADU". Nei migliori CCD abbiamo un fattore  $g$  pari a circa un elettrone per ADU con un convertitore a 16 bit. Ovviamente nei CCD più economici avremo un  $g$  pari a varie decine di elettroni con convertitore AD a 8 bit.

Il fattore  $g$  determina, praticamente, la "granulosità" e la risoluzione del segnale. Supponiamo, per esempio, di possedere un CCD con  $g=10$  elettroni per ADU ed uno con  $g=100$  elettroni per ADU. Per definizione tutti e due i CCD avranno una risoluzione di un ADU, però nel primo caso basta una differenza di 10 elettroni per separare due segnali, mentre nel secondo la separazione si ha con 100 elettroni. Questo implica che il secondo CCD ha una granulosità superiore al primo. In pratica due segnali, il primo con 8 elettroni ed il secondo con 16, verranno risolti dal primo CCD,

produrranno un output diverso, mentre nel secondo CCD l'output sarà lo stesso, quindi i due segnali non saranno risolti.

Anche la quantizzazione introduce un'incertezza sotto forma di rumore casuale  $\sigma_{QN}$  :

$$\sigma_{QN} = \frac{g}{\sqrt{12}} [\text{elettroni}] \quad [8]$$

Così il CCD che ha  $g=10$  elettroni per ADU produce un'ulteriore incertezza pari a 2,9 elettroni, mentre quello con  $g=100$  elettroni produce un'incertezza pari a 28,9.

Sarà chiaro, giunti a questo punto, come "calibrare" voglia dire eliminare e ripulire l'immagine prodotta da un CCD dal maggior numero (e nel miglior modo) di rumori e alterazioni. Possiamo immaginare, quindi, il flusso di fotoni (e quindi in proporzione gli elettroni liberi) provenienti da una sorgente, intrappolati da una serie di gusci che introducono i vari rumori visti sinora.



## I FRAME PER LA CALIBRAZIONE

Per arrivare ad ottenere una buona calibrazione, dobbiamo ottenere i vari frame necessari al processo, anch'essi di buona qualità. In un prossimo articolo, dal taglio più pratico, vedremo come fare ciò. Per ora il mio consiglio è quello di eseguire i vari frame durante la sessione fotografica. Questo perché il tutto è fortemente influenzato da vari fattori al contorno: temperatura, ottiche utilizzate, ecc.

Non possiamo eseguire un'integrazione la notte con una temperatura di 2 °C e riprendere il dark frame il giorno seguente con 15 °C. Nonostante il sistema di raffreddamento del CCD, questo sicuramente si troverà in condizioni differenti e quindi il dark frame non sarà sufficientemente attendibile come frame di calibrazione.

Discorso analogo per il flat-field frame. La vignettatura, per esempio, dipende dall'ottica utilizzata, dalla messa a fuoco, ecc. durante la ripresa fotografica. Se facciamo un flat-field frame con un'ottica cambiata rispetto a quella utilizzata per l'integrazione del soggetto astronomico, allora otterremo un frame totalmente inutilizzabile per la calibrazione.

Ma quali frame ci serviranno per l'operazione di "aggiustamento" dell'immagine grezza? Saranno: il frame di bias, il dark frame ed il flat-field frame. Per ridurre le oscillazioni statistiche nei vari frame e minimizzare i loro effetti utilizzeremo non singoli frame, ma il risultato della mediana di gruppi di frame analoghi. A riguardo avverto come molti utilizzino la media, personalmente credo che la mediana fornisca risultati migliori. In seguito vedremo perché.

### Bias Frame

Il frame di Bias cattura il livello di Bias,  $B_{x,y}$  attraverso un'integrazione, di durata possibilmente nulla, e al buio più completo. Molti software di controllo dei CCD non permettono di avere tempi d'integrazione nulli, in questo caso dobbiamo utilizzare il tempo più breve permesso dal software. Come appena detto, il bias frame va integrato tenendo il CCD al buio più assoluto, se presente chiudendo anche l'otturatore del dispositivo.

Ma teoricamente cosa ci aspettiamo da un bias frame? Teoricamente dovremmo trovare un'immagine con un fondo uniforme, uguale per ogni pixel, il livello di Bias appunto, corrispondente a circa 0,2 volt. In realtà otteniamo qualcosa di fondamentalmente diverso, ogni pixel avrà un proprio valore casuale alterato da tutta una serie di fattori.

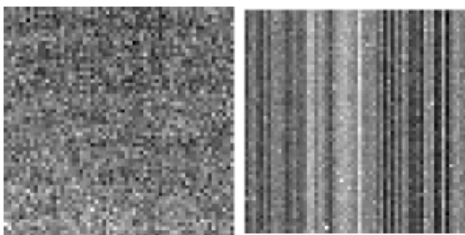


Fig. 5 - Il rumore fixed pattern  
Sensore CCD      Sensore CMOS

Un altro tipo di rumore è dovuto alla tecnologia costruttiva del sensore: il rumore "fixed pattern",  $(B_{FP})_{x,y}$ . Questo tipo di rumore si manifesta con un andamento casuale per i sensori CCD, mentre nei sensori a tecnologia CMOS si presenta come una trama. Questo tipo di rumore può essere rimosso attraverso un'operazione di sottrazione. Nella figura qui a fianco potete notare la differenza tra il rumore fixed pattern di un sensore CCD e quello di un sensore CMOS.

Inoltre durante la lettura della matrice del CCD, possiamo avere un altro tipo di rumore casuale, dovuto, per esempio, alla vicinanza di un monitor del computer, oppure ad onde elettromagnetiche e così via. Indicherò tale disturbo con  $(\sigma_e)_{x,y}$ . In generale questo tipo di rumore è sempre molto piccolo. Ma non è finita qui. La conversione degli elettroni raccolti dalla CCD in voltaggio, produce un ulteriore rumore, detto rumore di lettura e che indicherò con  $(\sigma_R)_{x,y}$ . Tutti questi fattori si vanno a sommare al livello di Bias.

Infine pur riprendendo il Bias frame con un tempo di integrazione nullo, la sua lettura richiederà comunque un certo tempo,  $t_L$ , tempo durante il quale si accumulano un certo numero di elettroni termici che indichiamo con  $d_{x,y}$ . Come vedete dall'indicazione (x,y), questo numero dipende da quale pixel andiamo a considerare. Infatti non è un valore costante in quanto il tempo di lettura può variare da pixel a pixel a seconda del sistema di lettura del CCD. In genere le colonne di pixel più vicine al nodo di lettura verranno lette in un tempo molto breve, tempo che si allungherà man mano che prendiamo in considerazione le colonne via via più lontane. Quindi  $d_{x,y}$  può essere considerato come una specie di gradiente. Come ormai ben sappiamo, ad un "manciata" di elettroni si associa sempre un'indeterminazione nel loro numero, una deviazione. Nel caso di questi elettroni termici di lettura, tale variazione la indicherò con:  $\sigma_{TE}$ .

Adesso possiamo tirare le somme e andare a vedere cosa contiene il nostro frame Bias, un bel "macello":

$$\langle BIAS \rangle_{x,y} = \frac{1}{g} \{ B_{x,y} + (B_{FP})_{x,y} + (\sigma_R)_{x,y} + (\sigma_e)_{x,y} + td_{x,y} + \sigma_{TE} \} \quad [9]$$

Tutti i fattori tra parentesi sono misurati in elettroni, il fattore g è espresso in elettroni per ADU, quindi il frame Bias è misurato in ADU.

Abbiamo già avuto modo di dire come il livello di Bias sia una specie di traslazione praticamente costante dei valori di ogni pixel. A causa di questo offset, il valore dei pixel non è più proporzionale al flusso di fotoni che li ha colpiti. Quando rimuoviamo il livello di Bias, il valore dei pixel torna ad essere proporzionale al segnale ricevuto, questo sarà di notevole importanza quando affronteremo il discorso della calibrazione avanzata.

A parte il livello di Bias, normalmente gli altri fattori sono relativamente piccoli, in genere minori di un ADU. Quando è così è possibile trattare il Bias frame come se avesse un valore costante B, ottenendo questo valore facendo la media dei valori del Bias frame.

A questo punto è necessario fare una precisazione. Ottenere un buon Bias frame è necessario solamente quando vogliamo apportare una calibrazione professionale e quando vogliamo ottenere, come vedremo in seguito, un Dark frame scalabile. Tra breve chiariremo il concetto di scalabilità del Dark frame.

## Dark Frame

Il Dark frame si ottiene tenendo il CCD al buio più completo e necessariamente alle stesse condizioni che c'erano al momento dell'integrazione del soggetto astronomico. Per questo motivo si esegue il dark subito prima o dopo l'integrazione vera e propria. Se applichiamo la calibrazione standard, il dark frame dovrà essere ottenuto con un tempo d'integrazione esattamente uguale a quello utilizzato per ottenere l'immagine astronomica. il dark frame

contiene gli elettroni termici accumulati durante l'integrazione, ma anche lo stesso rumore termico e le variazioni casuali nel numero degli elettroni termici accumulati, più tutti gli elementi contenuti nel bias frame, quindi:

$$\langle DARK \rangle_{x,y} = \langle BIAS \rangle_{x,y} + \frac{1}{g} \{ t d_{x,y} + \sigma_{TE} \} \quad [10]$$

Gli elettroni termici sono dati da  $t d_{x,y}$ , cioè il prodotto tra il tempo d'integrazione  $t$  e la corrente di buio  $d_{x,y}$ . Mentre il rumore termico è indicato con  $\sigma_{TE}$ . Per tempi d'integrazione lunghi, il fattore  $\sigma_{TE}$  è proprio la deviazione standard del numero di elettroni accumulati, quindi:

$$\sigma_{TE} = \sqrt{t d_{x,y}} \quad [11]$$

Se per esempio il valore medio di elettroni termici accumulati è 400 al secondo, allora dalla relazione precedente abbiamo che eseguendo una misura ad un certo istante, troveremo un numero di elettroni:  $400 \pm 20$ , questo per il 68% del tempo. Oppure se vogliamo metterla in un altro modo, quanto detto significa che se eseguiamo 100 integrazioni da 1 secondi, 68 di queste presenteranno un valore di  $400 \pm 20$  elettroni. Quando eseguiamo un dark frame otteniamo semplicemente un campione statistico, non una misura "precisa".

Come determinare la corrente di buio nel modo più preciso possibile? Facciamo un piccolo ragionamento. Se abbiamo 100 elettroni, l'incertezza è del 10%, se gli elettroni sono 1.000, allora l'incertezza scende a circa il 3% e se arriviamo a 10.000 l'incertezza scende all'1%. Quindi scopo della calibrazione è quello di ottenere un dark frame con un'incertezza sul numero di elettroni termici tale da non introdurre ulteriori rumori (quanto meno non troppo grandi) nell'immagine da calibrare. Se il tempo d'integrazione del dark frame è cinque volte superiore al tempo d'integrazione dell'immagine, allora il rumore aggiuntivo apportato dalla calibrazione non sarà superiore al 10%. Cerchiamo di vedere perché.

Nell'immagine grezza il numero di elettroni termici accumulati è dato da  $t d_{x,y}$  con rumore pari a:  $\sigma_{TE} = \sqrt{t d_{x,y}}$ . Un dark con lo stesso tempo d'integrazione  $t$  accumulerà lo stesso numero di elettroni termici con lo stesso rumore  $\sigma_{TE}$ . Gli elettroni termici saranno eliminati quando sottrarre il dark frame, ma il rumore si sommerà al quadrato, cioè:

$$\sqrt{\sigma_{TE}^2 + \sigma_{TE}^2} = 1,414 \sigma_{TE}$$

Quindi avremo incrementato il rumore di circa il 41%. Se invece il tempo d'integrazione del dark è  $5t$ , allora il rumore sarà:

$$\sqrt{5 \sigma_{TE}^2}$$

Ma in questo caso per poter eseguire la sottrazione, dovremo prima dividere per 5 il valore dei pixel del dark (prima di gridare allo scandalo leggete il prossimo paragrafo!), quindi il rumore diverrà:

$$\frac{1}{5}\sqrt{5\sigma_{TE}^2} = 0,447\sigma_{TE}$$

Con lo stesso ragionamento di prima, una volta effettuata la sottrazione avremo:

$$\sqrt{\sigma_{TE}^2 + (0,447\sigma_{TE})^2} = 1,095\sigma_{TE} \quad [12]$$

cioè un incremento del 10% del rumore e questo può essere accettabile. Ovviamente più è lungo il tempo d'integrazione del dark, minore sarà il contributo di rumore apportato in fase di calibrazione dell'immagine grezza.

### **Elettroni Termici e Frame Termico**

In quello che abbiamo appena detto c'è un problema. Non possiamo eseguire un'integrazione del dark con un tempo di posa "n" volte superiore al tempo utilizzato per riprendere l'immagine astronomica e poi dividere il valore dei pixel del dark semplicemente per "n", cioè scalare il dark frame, poiché questo contiene l'offset del bias che rende i valori dei pixel del dark non proporzionali al tempo di integrazione. Affinché si possa operare lo "scaling" del dark dovremo operare diversamente. In pratica dovremo sottrarre dal dark frame ottenuto, il bias frame attendendo, così, il frame termico. Questo può essere scalato secondo le nostre esigenze:

$$\langle \text{TERMICO} \rangle_{x,y} = \langle \text{DARK} \rangle_{x,y} - \langle \text{BIAS} \rangle_{x,y} \quad [13]$$

In teoria abbiamo:

$$\langle \text{TERMICO TEORICO} \rangle_{x,y} = \frac{1}{g} \{ t d_{x,y} + \sigma_{TE} \} \quad [14]$$

Come abbiamo avuto più volte modo di dire, quando eseguiamo la sottrazione di due frame, andiamo ad aggiungere del rumore al frame risultante dall'operazione. Tenendo presente i rumori del Dark frame e del Bias, otteniamo per il frame Termico:

$$\langle \text{TERMICO} \rangle_{x,y} = \frac{1}{g} \{ t d_{x,y} + \sigma_{TE} + \sqrt{2}\sigma_R + \sqrt{2}(\sigma_e)_{x,y} \} \quad [15]$$

Infatti i rumori si sommano e tenendo presente la radice quadrata abbiamo che due rumori di lettura, per esempio, introducono il seguente fattore complessivo:

$$\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_R^2} = \sqrt{2}\sigma_R$$

Se però il tempo d'integrazione è sufficientemente lungo, il fattore predominante tra i rumori presenti nella [15] è  $\sigma_{TE}$ . Una volta ottenuto il frame termico abbiamo una misura della corrente di buio e questa si che è una quantità scalabile poiché dipende semplicemente dal tempo d'integrazione.

## Dark Frame Standard e Scalabile

Vedremo meglio nel prossimo capitolo le tecniche di calibrazione, però per concludere il discorso sul dark frame facciamo un piccolo confronto tra il dark frame non scalabile e quello scalabile. Il dark non scalabile è utilizzato per effettuare velocemente la calibrazione e si ottiene integrandolo con lo stesso tempo utilizzato per riprendere il soggetto astronomico. Chiaramente, come visto in precedenza, al momento della calibrazione andremo ad aggiungere all'immagine circa un 40% di rumore in più, ma questo non deve preoccupare se l'integrazione dell'immagine astronomica è stata effettuata con il tempo corretto. Ma questo è un altro discorso che affronterò in un prossimo articolo.

Se, invece, vogliamo ridurre il rumore introdotto in fase di calibrazione, allora saremo costretti a ricorrere ai dark frame scalabili, o più precisamente ai frame termici scalabili. Facciamo un esempio. Se il frame termico lo abbiamo ottenuto con un tempo d'integrazione pari a  $t_T$  e l'immagine astronomica con un tempo pari a  $t_A$ , allora la corrente di buio  $t_T d_{x,y}$  del frame termico e la corrente di buio  $t_A d_{x,y}$  dell'immagine astronomica sono legate dalla seguente relazione:

$$\left(t_T d_{x,y}\right) \frac{t_A}{t_T} = t_A d_{x,y} \quad [16]$$

Come realizzare dei buoni dark frame e frame termici sarà argomento di un prossimo articolo dove illustrerò meglio anche il concetto di media e mediana di più frame. Per ora basta così.

## Flat-Field Frame

La variazione di sensibilità (non uniformità) dei pixel, gli effetti di un'eventuale vignettatura, granelli di polvere e sporcizia, sono fattori che non vengono eliminati attraverso la calibrazione con il dark frame ed il bias frame, ma bisogna introdurre il Flat-Field frame.

Il flat-field frame registra tutte le alterazioni del sistema ottico come detto sopra. Per questo motivo il sistema ottico utilizzato per la ripresa del flat deve essere esattamente lo stesso utilizzato per la ripresa dell'immagine astronomica. Ricordiamo che il numero di elettroni generato da un pixel è:

$$E_{x,y} = t V_{x,y} Q_{x,y} I_{x,y} \quad [17]$$

Quindi illuminando in maniera uniforme tutto il sensore del CCD, quello che otteniamo è una mappa della sensibilità del CCD, cioè una mappa dell'efficienza della conversione di fotoni in elettroni da parte di ogni pixel.

Dalla relazione precedente, notando che  $t$  e  $I_{x,y}$  sono costanti, abbiamo che il valore di ogni pixel è proporzionale a  $V_{x,y} Q_{x,y}$ .

Ovviamente come in ogni immagine ottenuta da un CCD, avremo anche i contributi di Bias e della corrente di buio (Dark), quindi il Flat sarà dato da:

$$\langle FLAT GREZZO \rangle_{x,y} = \frac{1}{g} \left( t V_{x,y} Q_{x,y} I_{x,y} \right) + \langle DARK \rangle_{x,y} + \langle BIAS \rangle_{x,y} \quad [18]$$

Quindi anche nel caso del Flat frame entra in gioco il concetto di calibrazione, dovendo rimuovere dalla precedente relazione i termini:

$$\langle FLAT DARK \rangle_{x,y} = \langle BIAS \rangle_{x,y} + \langle DARK \rangle_{x,y} \quad [19]$$

Ma quanto deve essere lungo il tempo d'integrazione per ottenere un buon Flat-Field Frame? Sicuramente dobbiamo evitare di saturare il sensore. La regola è di utilizzare un tempo sufficiente a produrre un segnale medio che sia la metà del valore più profondo raggiungibile dal CCD.

Vedremo in un prossimo articolo come ottenere un buon Flat-Field e quale accortezze dobbiamo prestare per fare un buon lavoro.

## METODI DI CALIBRAZIONE

A seconda delle esigenze e del lavoro che stiamo svolgendo, abbiamo a disposizione tre metodi diversi per calibrare le nostre immagini astronomiche:

- **Calibrazione base:** il valore dei pixel dell'immagine ottenuta dopo la calibrazione è proporzionale al numero di elettroni prodotti da ogni elemento sensibile del CCD. Occorre un master dark frame ottenuto con lo stesso tempo d'integrazione utilizzato per la ripresa astronomica.
- **Calibrazione standard:** il valore dei pixel dell'immagine calibrata è proporzionale al numero di fotoni che arrivando dalla sorgente astronomica hanno investito le celle sensibili del CCD. Occorre un master dark frame ottenuto con lo stesso tempo d'integrazione dell'immagine astronomica ed un master flat-field frame.
- **Calibrazione avanzata:** anche in questo caso il valore dei pixel dell'immagine è proporzionale alla luce proveniente dall'oggetto astronomico, come nel caso della calibrazione standard. Occorre un master dark frame con un tempo d'integrazione non necessariamente uguale a quello della ripresa astronomica, un master bias frame ed un flat-field frame.

### Calibrazione Base

Questo tipo di calibrazione considera il frame grezzo (raw frame), cioè l'immagine così come arriva direttamente dal CCD, come composta da un certo numero di elettroni prodotti dal sensore del CCD e da un rumore elettronico di fondo contenuto nel dark frame:

$$\langle IMMAGINE \rangle = \frac{1}{g} E_{x,y} + \langle DARK \rangle_{x,y} \quad [20]$$

L'obiettivo della calibrazione base è quello di rimuovere il contributo della corrente di buio così da avere un'immagine i cui pixel contengano dei valori proporzionali agli elettroni prodotti dal sensore, cioè:

$$\langle IMMAGINE \rangle_{calibrata} = \frac{1}{g} E_{x,y}$$

Questa calibrazione non corregge la non uniformità nella sensibilità dei vari pixel e le eventuali vignettature, granelli di polvere e così via. In pratica con questo metodo eseguiamo un dark frame con lo stesso tempo d'integrazione dell'immagine astronomica e poi lo sottraiamo a quest'ultima. Volendo migliorare il processo, possiamo sottrarre dall'immagine grezza non un dark frame ma quello che viene definito "master" dark frame, cioè la media o la mediana di un gruppo di dark frame ripresi con un tempo d'integrazione ognuno pari a quello dell'immagine. In un prossimo articolo in cui illustrerò più praticamente il processo, come già ho avuto modo di dire, chiarirò meglio il concetto di media e mediana.

## Calibrazione Standard

Nella calibrazione standard andiamo a correggere anche il problema della non uniformità del sensore (dal punto di vista della sensibilità) e gli altri problemi legati alla vignettatura e all'eventuale sporcizia sul sensore.

L'immagine grezza è considerata tenendo presente anche questi effetti:

$$\langle IMMAGINE \rangle_{x,y} = \frac{1}{g} \left\{ (tV_{x,y} Q_{x,y} I_{x,y}) + \langle DARK \rangle_{x,y} \right\} \quad [21]$$

L'obiettivo del processo standard è ottenere la quantità:

$$\frac{1}{g} (t\bar{Q}I_{x,y})$$

dove  $\bar{Q}$  è la media dell'efficienza quantica del sensore CCD.

Questi sono i passi da seguire per effettuare la calibrazione standard:

1. Facciamo la media o la mediana di un po' di dark frame ottenuti con un tempo d'integrazione pari a quello utilizzato per il soggetto astronomico. Otteniamo il master dark frame
2. Facciamo la media o la mediana di un certo numero di flat-field frame. Otteniamo il master flat-field frame.
3. Ripetiamo il punto 1. ma facendo dei dark frame relativi ai flat-field frame, cioè con il loro tempo d'integrazione. Otteniamo il master dark frame del flat.
4. Sottraiamo dal master flat-field (punto 2.) il master dark flat-field (punto 3.)
5. Sottraiamo dall'immagine grezza del soggetto astronomico il master dark frame ottenuto al punto 1 (fin qui è la calibrazione base).
6. Calcoliamo il valore medio dei pixel del master flat-field ottenuto al punto 4., cioè quello corretto dalla corrente di buio.
7. Dividiamo, pixel per pixel, l'immagine alla quale abbiamo sottratto il master dark frame al punto 5., per il rapporto tra il master flat-field e la media tra i valori della zona centrale del master flat-field.
8. Salviamo ciò che abbiamo ottenuto, è la nostra immagine calibrata.

L'operazione svolta al punto 7. viene detta spesso "divisione per il flat-field" ed è sicuramente la fase più complicata. Però tutti i software di elaborazione delle immagini CCD svolgono le operazioni viste praticamente in modo automatico.

Cerchiamo di capire meglio cosa abbiamo fatto al punto 7. Abbiamo assunto la regione centrale del master flat-field per la media poiché la consideriamo libera dalla vignettatura e assumiamo, quindi, che la sua efficienza quantica sia praticamente costante per tutti i pixel di questa regione. In genere per regione centrale si assume una circonferenza con un raggio di circa 50 pixel, ma comunque inferiore al 50% dell'estensione dell'intero sensore. Indichiamo la media di questa regione con:

$$\langle \overline{FLAT} \rangle$$



Allora la calibrazione standard si può esprimere così:

$$\langle STANDARD \rangle = \left( \frac{\langle \overline{FLAT} \rangle}{\langle FLAT \rangle_{x,y}} \right) \left( \langle IMMAGINE \rangle_{x,y} - \langle DARK \rangle_{x,y} \right) \quad [22]$$

Dalla [22] si può notare che se il sensore CCD avesse la sensibilità uniforme, allora il termine  $\langle \overline{FLAT} \rangle / \langle FLAT \rangle_{x,y}$  varrebbe 1 e la calibrazione si ridurrebbe a quella base.

## Calibrazione Avanzata

Anche nel caso della calibrazione avanzata vogliamo ottenere la quantità:  $\frac{1}{g} (t \overline{QI}_{x,y})$  dall'immagine grezza. In questo caso, però, opereremo in modo da non dovere essere costretti a riprendere i dark frame con lo stesso tempo d'integrazione dell'immagine da calibrare.

Ricordiamo, in maniera completa, com'è formata un'immagine grezza:

$$\langle IMMAGINE \rangle_{x,y} = \frac{1}{g} \left\{ (t V_{x,y} Q_{x,y} I_{x,y}) + (t d_{x,y} + \sigma_{TE}) + \langle BIAS \rangle_{x,y} \right\} \quad [23]$$

dove  $g$  è il fattore di conversione,  $t$  il tempo d'integrazione,  $I_{x,y}$  il flusso di fotoni proveniente dalla sorgente,  $Q_{x,y}$  l'efficienza quantica,  $V_{x,y}$  il fattore di vignettatura,  $d_{x,y}$  la corrente di buio e  $\sigma_{TE}$  il rumore termico.

Adesso la differenza tra la calibrazione standard e quella avanzata sta nel fatto che andremo a separare il bias frame dal dark frame. Ricordo che:

$$\langle DARK \rangle_{x,y} = \frac{1}{g} \left\{ (t_{DF} d_{x,y} + \sigma_{TE}) + \langle BIAS \rangle_{x,y} \right\} \quad [24]$$

dove  $t_{DF}$  è il tempo d'integrazione del dark frame. Come prima cosa sottraiamo dal dark il bias:

$$\langle DARK \rangle_{x,y} - \langle BIAS \rangle_{x,y} = \frac{1}{g} (t_{DF} d_{x,y} + \sigma_{TE}) \quad [25]$$

il termine  $1/g$  l'ho contemplato in  $\langle BIAS \rangle_{x,y}$ . A questo punto moltiplicando la relazione precedente per  $t/t_{DF}$  otteniamo il frame termico scalabile:

$$\langle TERMICO SCALABILE \rangle_{x,y} = \frac{1}{g} \left( t d_{x,y} + \frac{t}{t_{DF}} \sigma_{TE} \right) \quad [26]$$

Adesso possiamo sottrarre il frame termico scalabile e il bias frame dall'immagine grezza. Dopo queste sottrazioni, l'immagine conterrà, oltre ai fotoelettroni prodotti dalla luce della sorgente astronomica, il rumore termico dell'immagine stessa, il rumore termico del dark frame scalato, il rumore di lettura dell'immagine, il rumore di lettura del dark frame scalato.

Se usiamo la tecnica descritta all'inizio, cioè ottenere il dark frame con un tempo d'integrazione cinque volte superiore a quello utilizzato per rimpredndere l'oggetto astronomico, tutti i rumori appena visti possono essere ridotti.

Non ci resta che calibrare il tutto col nostro flat-field frame come nella calibrazione standard per ottenere alla fine un'immagine completamente calibrata.

Alla prossima.